

HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN

INNOVATIONSKOLLEG THEORETISCHE BIOLOGIE

INSTITUT FÜR BIOLOGIE
HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN
INVALIDENSTRASSE 43
10115 BERLIN

TELEFON: 030-2093-9112
FAX: 030-2093-8801
E-MAIL: ITB@BIOLOGIE.HU-BERLIN.DE
HTTP://ITB.BIOLOGIE.HU-BERLIN.DE/

Mathematik für Biologen II — 9.Übung — zur Vorlesung vom 22.6.1999

1) Basics

Sie haben folgende Sequenz gewürfelt: 3, 6, 3, 6, 3, 6, 3, 4, 3, 3, 4. Berechnen Sie den Mittelwert, den Median, die Varianz sowie die Standardabweichung und erstellen Sie ein Histogramm der Ereignisse. Ist der Würfel fair?

2) Genesis

Was ist wahrscheinlicher?

- (a) Mit 4 Würfeln eines einzelnen fairen Würfels eine 6 zu würfeln.
- (b) Mit 24 Würfeln eines fairen Würfelpaares eine Doppelsechs zu würfeln.

Berechnen Sie dazu die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten in den Fällen (a) und (b).

(Bemerkung: Die Korrespondenz zu dieser Frage zwischen Blaise Pascal und Pierre de Fermat vor über 300 Jahren gilt als Geburtsstunde der modernen Wahrscheinlichkeitsrechnung.)

3) Eine nützliche Beziehung

Zeigen Sie: $\langle (x_i - \langle x \rangle)^2 \rangle = \langle x_i^2 \rangle - \langle x_i \rangle^2$.

4) Bedingte Wahrscheinlichkeit

In der Bevölkerung sei ein Anteil von einem Promille (1/1000) mit einem Erreger infiziert. Es gibt einen Test, der den Erreger sicher identifiziert (man hat keine „falschen Negativen“). Bei gesunden Probanden wird durch den Test jedoch mit einer Wahrscheinlichkeit von 5% fälschlicherweise eine Infizierung diagnostiziert (man hat „falsche Positive“).

Wenn bei einer Person der Test positiv war, wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie tatsächlich angesteckt wurde?

(Tip: Veranschaulichen Sie sich zunächst graphisch, wie groß die Mengen der Infizierten beziehungsweise „Falschpositiven“ bei einer Anzahl von 10 000 getesteten Probanden sind. Was bedeutet dies für die bedingten Wahrscheinlichkeiten?)

(bitte wenden)

5) Wahrscheinlichkeitsdichte

Sie vermuten, dass die Wahrscheinlichkeitsdichte für die Größe l einer Pflanze qualitativ wie $p(l) = A - l$ mit $l > 0$ verläuft.

(a) In welchem Bereich muss die Größe l liegen und wie groß muss A sein, damit $p(l)$ tatsächlich eine Wahrscheinlichkeitsdichte für die Größe der Pflanze darstellt?

(b) Berechnen Sie den Mittelwert $\langle l \rangle$ und die Standardabweichung σ_l .

6)* Das Ziegenproblem

Sie nehmen an einer Spielshow im Fernsehen teil, bei der Sie eine von drei verschlossenen Türen auswählen sollen. Hinter einer Tür wartet der Preis, ein Auto, hinter den beiden anderen stehen Ziegen. Sie zeigen auf eine Tür, sagen wir Nummer eins. Sie bleibt vorerst geschlossen. Der Moderator weiß, hinter welcher Tür sich das Auto befindet; mit den Worten: „Ich zeige Ihnen mal was.“ öffnet er eine andere Tür, zum Beispiel Nummer drei, und eine meckernde Ziege schaut ins Publikum. Er fragt: „Bleiben Sie bei Nummer eins, oder wählen Sie Nummer zwei?“

Was würden Sie tun? Begründen Sie Ihre Antwort zumindest qualitativ und wenn möglich auch quantitativ.

(Obwohl eigentlich ein Klassiker der Wahrscheinlichkeitstheorie, löste diese Frage zu Beginn der 90er Jahre hitzige Debatten zunächst in Amerika (auf Grund eines Berichtes der New York Times über seine Lösung) und später auch in Deutschland (auf Grund eines Berichtes darüber in der ZEIT) aus. Eine kurzweilige Darstellung dazu finden Sie in: Gero von Randow: Das Ziegenproblem – Denken in Wahrscheinlichkeiten. Rowohlt Taschenbuch Verlag, 1992.)