HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN
INSTITUT FÜR THEORETISCHE BIOLOGIE

THEORETISCHE BIOLOGIE MODELLIERUNG

Prof. Hanspeter Herzel
Dr. Grigory Bordyugov
Sarah Lück

Vorlesung: Montag 08:30
Übung (vorläufig): Dienstag 18:00, ITB

3. Übung

Ausgabe: 04.11.13, Abgabe: 11.11.13, in der Vorlesung
Beschriften Sie bitte Ihre Abgabe mit Namen und Matrikelnummer

---

Fixpunkte und ihre Stabilität

Betrachte folgende Differentialgleichung

$$\frac{d\psi}{dt} = a - b \sin\psi.$$

- Bestimme die Fixpunkte der Differentialgleichung und diskutiere, für welche Werte von Parametern a und b die Fixpunkte existieren.
- Bestimme die Stabilität der Fixpunkte unter der Annahme $a, b > 0$.
- Was passiert mit den Fixpunkten und ihrer Stabilität bei $|a| = |b|$? Ist die lineare Stabilitätsanalyse in diesem Fall aussagekräftig?

Das Schlögl Modell

Das Schlögl-Reaktionssystem besteht aus zwei reversiblen Reaktionen und kann als ein Modell der Formolreaktion betrachtet werden:

$$A + 2X \underset{k_2}{\overset{k_1}{\rightleftharpoons}} 3X \quad \text{und} \quad X \underset{k_4}{\overset{k_3}{\rightleftharpoons}} F. \tag{1}$$

Unter der Annahme, daß alle Reaktionen nach dem Massenwirkungsgesetz ablaufen, wird die Dynamik der Konzentration von X durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$\frac{d[X](t)}{dt} = k_1[A][X]^2 - k_2[X]^3 - k_3[X] + k_4[F]. \tag{2}$$

Im folgenden werden die Konzentrationen von A und F als konstant betrachtet (z.B. durch Pufferung). Durch Einführung neuer Konstanten und einer neuen Variablen x kann man die Gleichung (2) folgendermaßen umformulieren:

$$\frac{dx(t)}{dt} = -x^3 + x^2 - \beta x + \gamma \tag{3}$$

Im Folgenden sei $\beta = 0.25$.

(a) Finde die stationären Punkte in Gl. (3) für $\gamma = 0$ und bestimme deren Stabilität.

(b) Zeige, daß die stationären Punkte die Schnittpunkte der Funktionen $f_1(x) = x^3 - x^2 + \beta x$ und $f_2(x) = \gamma$ sind.

(c) Für $\gamma = 0.01$ und $\gamma = 0.05$, schätze die stationären Punkte mithilfe von Graphiken von $f_1(x)$ and $f_2(x)$ ab. Untersuche die Stabilität der gefunden Fixpunkte.

(d) Welche Transformation $X \rightarrow x$ führt von Gleichung (2) auf Gleichung (3)?