



THEORETISCHE BIOLOGIE MODELLIERUNG

Prof. Hanspeter Herzel
Dr. Grigory Bordyugov
Sarah Lück

Vorlesung: Montag 08:30
Übung: Dienstag 18:00, ITB

11. Übung

Ausgabe: 13.1.14, Abgabe: 20.1.14, in der Vorlesung
Beschriften Sie bitte Ihre Abgabe mit Namen und Matrikelnummer

PERIODISCHE GENEXPRESSION

Die Variable $x(t)$ beschreibt die zeitabhängige Menge der mRNA eines Genes. Dabei wird das Gen periodisch transkribiert. Die resultierende Differentialgleichung für $x(t)$ lautet:

$$\frac{dx}{dt} = b + A \cos(\omega t) - ax, \quad (1)$$

wobei a die Zerfallskonstante von x ist, und der Inhomogenitätsterm $b + A \cos(\omega t)$ die zeitperiodische Transkription mit dem Mittelwert b , Amplitude A und Frequenz ω darstellt.

- Skizziere den zeitlichen Verlauf des Inhomogenitätstermes. Mit welcher Periode T (in Abhängigkeit von ω) oszilliert diese? Wenn der Experimentator $T = 24$ Stunden im Experiment sieht, wie soll der Theoretiker den Wert für ω wählen?
- (*Bonusaufgabe*) Mithilfe Variation der Konstanten, zeige, dass die Lösung von Gl. (1) für $t \rightarrow \infty$ durch

$$x(t) = \frac{b}{a} + \frac{A}{a^2 + \omega^2} (a \cos(\omega t) + \omega \sin(\omega t)) \quad (2)$$

gegeben ist. Hinweis: um das Integral mit dem Produkt aus der e-Funktion und cos-Funktion zu lösen, verwende zweimal partielle Integration.

- Interpretiere die Lösung (2) in folgendem Sinne:
 - (a) Wie lässt sich die Lösung (2) vereinfachen, wenn der Parameter a viel größer bzw. viel kleiner als die Frequenz ω ist?
 - (b) Welchen Phasenunterschied zwischen der Schwingung der mRNA Menge $x(t)$ und dem Produktionsterm $b + A \cos(\omega t)$ ist in beiden Fällen zu erwarten?
 - (c) Wie hängt die relative Amplitude von $x(t)$ (das Verhältnis zwischen $\frac{A}{a^2 + \omega^2}$ und $\frac{b}{a}$) von der Wahl vom Parameter a ab?
 - (d) Skizziere qualitativ die Lösung in beiden Fällen (mit kleinem und grossem a) zusammen mit dem Verlauf vom Produktionsterm.