



## Theoretische Biologie Modellierung

Prof. Hanspeter Herzel  
Dr. Grigory Bordyugov

Vorlesung: Montag 08:15  
Übung: Mittwoch 13:00

### 2. Übung

**Ausgabe: 31.10.11, Abgabe: 7.11.11, in der Vorlesung**  
*Beschriften Sie bitte Ihre Abgabe mit Namen und Matrikelnummer*

---

#### Ertrag des Ökosystems

Um den Ertrag eines Ökosystems zu modellieren, wird die logistische Wachstumsgleichung durch den Ertragsterm  $E$  erweitert:

$$\frac{dx}{dt} = r \cdot x \cdot \left(1 - \frac{x}{K}\right) - E.$$

Dabei wird angenommen, dass der Ertrag  $E$  proportional zur Populationsgröße  $x$  ist:

$$E = a \cdot r \cdot x.$$

$r$ ,  $a$  und  $K$  sind positive Modellparameter.

- Bestimme die stationären Zustände des Systems.
- Führe die lineare Stabilitätsanalyse der stationären Zustände aus.
- Berechne den stationären Ertrag  $E^{\text{st}}$ . Beschreibe dessen qualitativen Verlauf in Abhängigkeit von Parameter  $a$  und diskutiere diesen.
- Wann ist der Ertrag maximal?

#### Lineare Stabilitätsanalyse

Betrachte folgende nichtlineare Differentialgleichung:

$$\frac{d\varphi}{dt} = 1 - 2 \cos \varphi.$$

- Berechne die stationären Zustände  $\varphi^{\text{ss}}$  des Systems.
- Bestimme die Stabilität von  $\varphi^{\text{ss}}$ .