



Theoretische Biologie Modellierung

Prof. Hanspeter Herzel
Dr. Grigory Bordyugov

Vorlesung: Montags 08:15 Uhr
Übung : Mittwochs 13:00 Uhr

11. Übung

Abgabe: 30.1.12, in der Vorlesung

Beschriften Sie bitte Ihre Abgabe mit Namen und Matrikelnummer

Der Stuart-Landau Oszillator

Ein einfaches Modell zur Untersuchung von selbsterregten Schwingungen ist der Stuart-Landau Oszillator. In ihrer komplexwertigen Form lautet die Gleichung

$$\frac{dz(t)}{dt} = z(\lambda + i\omega - \alpha|z|^2), \quad z \in \mathbb{C}.$$

Dabei sind λ , ω und α reelle Parameter.

- Führe den Ansatz $z(t) = r(t)e^{i\varphi(t)}$ ein und leite folgende Gleichungen für $r(t)$ und $\varphi(t)$ her:

$$\begin{aligned} \frac{dr(t)}{dt} &= \lambda r - \alpha r^3, \\ \frac{d\varphi(t)}{dt} &= \omega. \end{aligned}$$

- Interpretiere die Gleichung für $\varphi(t)$.
- Bestimme die Fixpunkte von $r(t)$ in Abhängigkeit von λ und α (beide Parameter dürfen dabei sowohl negative als auch positive Werte annehmen) und führe die lineare Stabilitätsanalyse aus.
- Skizziere die Bifurkationsdiagramme für r in Abhängigkeit von Parameter λ für negative und positive α . Beschreibe was passiert wenn λ sein Vorzeichen wechselt. Welche Rolle wird dabei von α gespielt?
- Seien nun $x(t)$ und $y(t)$ der Real- bzw. Imaginärteil von $z(t)$, d.h. $z(t) = x(t) + iy(t)$. Leite die Gleichungen für $x(t)$ und $y(t)$ her.
- Was passiert mit der Gleichung und ihren Lösungen im Spezialfall $\alpha = 0$?