



THEORETISCHE BIOLOGIE MODELLIERUNG

Prof. Hanspeter Herzel  
Dr. Grigory Bordyugov  
Sarah Lück

Vorlesung: Montag 08:15  
Übung (vorläufig): Mittwoch 16:00, ITB

## 2. Übung

Ausgabe: 29.10.12, Abgabe: 5.11.12, in der Vorlesung  
Beschriften Sie bitte Ihre Abgabe mit Namen und Matrikelnummer

---

### INTEGRATION DURCH PARTIALBRUCHZERLEGUNG

Um das in der Vorlesung diskutierte Wachstumsmodell

$$\frac{dx}{dt} = ax - bx^2, \quad a, b > 0$$

zu integrieren, wird die sogenannte *Partialbruchzerlegung* verwendet.

- Führe die Separation der Variablen aus und stelle die Integrale beider Seiten der Gleichung auf.
- Um die Stammfunktion von

$$\int \frac{dx}{ax - bx^2}$$

zu finden, zerlege den Integranden in eine Summe von zwei rationalen Funktionen, i.e. finde solche  $A$  und  $B$ , daß

$$\frac{1}{ax - bx^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{a - bx}.$$

Begründe, warum diese Zerlegung möglich ist.

- Mithilfe der Zerlegung bestimme die Stammfunktion vom obigen Integral und schliesslich löse die Differentialgleichung des Wachstumsmodells.

### FIXPUNKTE UND IHRE STABILITÄT

Betrachte folgende Differentialgleichung

$$\frac{d\psi}{dt} = a - b \sin \psi.$$

- Bestimme die Fixpunkte der Differentialgleichung und diskutiere, für welche Werte von Parametern  $a$  und  $b$  die Fixpunkte existieren.
- Bestimme die Stabilität der Fixpunkte unter der Annahme  $a, b > 0$ .
- Was passiert mit den Fixpunkten und ihrer Stabilität bei  $|a| = |b|$ ? Ist die lineare Stabilitätsanalyse in diesem Fall aussagekräftig?

Bei Fragen bitte einfach Mail an Grigory.Bordyugov@hu-berlin.de.