



THEORETISCHE BIOLOGIE MODELLIERUNG

Prof. Hanspeter Herzel
Dr. Grigory Bordyugov
Sarah Lück

Vorlesung: Montag 12:30 Uhr im Hörsaal 12
Übung: Montag 14:15 Uhr im Beratungsraum

8. Übung

Ausgabe: 10.12.12, Abgabe: 17.12.12, in der Vorlesung
Beschriften Sie bitte Ihre Abgabe mit Namen und Matrikelnummer

METASTASEN II

In dieser Aufgabe wird das Gleichungssystem aus dem letzten Aufgabenblatt

$$\frac{dx_1}{dt} = -(\beta_1 + \beta_2) x_1, \quad \frac{dx_2}{dt} = \beta_2 x_1 - \beta_3 x_2$$

auf eine andere Art und Weise gelöst.

- (a) Führe den Vektor

$$\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}$$

ein und stelle das obige Differentialgleichungssystem in Matrixform

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = A\mathbf{x}$$

auf. Bestimme dabei die 2×2 Matrix A .

- (b) Berechne die Eigenwerte und die Eigenvektoren der Matrix A
- (c) Löse die Differentialgleichung für $\mathbf{x}(t)$ mithilfe der Eigenwerte und Eigenvektoren von A .
Überzeuge dich, daß du die gleiche Lösung wie auf dem 7. Übungsblatt erhältst.

KONKURRIERENDE BAKTERIENSTÄMME

Betrachte ein System mit zwei konkurrierenden Bakterienstämmen:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= x(1 - x - y), \\ \frac{dy}{dt} &= y(2 - y - x). \end{aligned}$$

- (a) Interpretiere die verschiedenen Terme dieses Differentialgleichungssystems.
- (b) Bestimme die Nullklinen für x und y und zeichne sie im Phasenraum.
- (c) Welche Fixpunkte hat das Gesamtsystem? Welche Fixpunkte sind instabil?
- (d) Zeichne charakteristische Trajektorien in den Phasenraum.