



THEORETISCHE BIOLOGIE MODELLIERUNG

Prof. Hanspeter Herzel  
Dr. Grigory Bordyugov  
Sarah Lück

Vorlesung: Montag 12:30 Uhr im Hörsaal 12  
Übung: Montag 14:15 Uhr im Beratungsraum

**9. Übung**

Ausgabe: 17.12.12, Abgabe: 7.01.13, in der Vorlesung  
*Beschriften Sie bitte Ihre Abgabe mit Namen und Matrikelnummer*

---

EIGENWERTE UND EIGENVEKTOREN

Gegeben sei folgende Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 2 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

- Formuliere das Eigenwertproblem für  $A$ . Wieviel Eigenwerte kann die Matrix  $A$  besitzen? Beschreibe, wie man das charakteristische Polynom zur Eigenwertbestimmung aufstellt.
- Berechne die Eigenwerte von  $A$ .
- Bestimme die normierten Eigenvektoren. Sind sie orthogonal?

LINEARE STABILITÄTSANALYSE IN ZWEI DIMENSIONEN

Betrachte folgendes Differentialgleichungssystem:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= x(1-x)(x-a) - y, \\ \frac{dy}{dt} &= x. \end{aligned}$$

Dabei sei  $a$  ein Parameter.

- Skizziere die Nullklinen des Gleichungssystems für  $a > 0$ ,  $a = 0$  und  $a < 0$ . Bestimme graphisch den Fixpunkt.
- Linearisiere die Gleichungen um den Fixpunkt, bestimme die Jacobi-Matrix und stelle die linearisierten Gleichungen in der Matrixform auf.
- Bestimme die Eigenwerte der Jacobi-Matrix und die Stabilität des Fixpunktes. Was passiert mit dem Fixpunkt bei  $a = 0$ ?