

THEORETISCHE BIOLOGIE MODELLIERUNG

Prof. Hanspeter Herzel  
Dr. Grigory Bordyugov  
Sarah Lück

Vorlesung: Montag 08:30  
Übung (vorläufig): Dienstag 18:00, ITB

**2. Übung**

Ausgabe: 04.11.13, Abgabe: 11.11.13, in der Vorlesung  
*Beschriften Sie bitte Ihre Abgabe mit Namen und Matrikelnummer*

---

INHOMOGENE LINEARE DIFFERENTIALGLEICHUNG

In einem biochemischen System wird der zeitliche Verlauf der Konzentration  $x$  durch folgende Gleichung bestimmt:

$$\frac{dx}{dt} = \beta - \alpha x.$$

Dabei gilt  $\alpha > 0, \beta > 0$ .

- Interpretiere die Parameter  $\alpha$  und  $\beta$ . In welchen Maßeinheiten müssen sie angegeben werden?
- Bestimme den stationären Zustand von  $x$ . Ist dieser stabil?
- Löse die Differentialgleichung durch Variation der Konstanten. Diskutiere das Verhalten der Lösung  $x(t)$  für  $t \rightarrow \infty$ .
- Folgende Messergebnisse von  $x$  liegen vor:

|                   |     |     |     |      |      |      |
|-------------------|-----|-----|-----|------|------|------|
| Zeitpunkt $t$     | 0   | 1   | 2   | 3    | 4    | 5    |
| Konzentration $x$ | 3.0 | 2.4 | 2.1 | 2.05 | 2.02 | 2.01 |

Schätze die Parameter  $\alpha$  und  $\beta$  mithilfe dieser Werte.

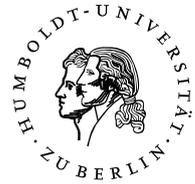
INTEGRATION DURCH PARTIALBRUCHZERLEGUNG

Um das in der Vorlesung diskutierte Wachstumsmodell

$$\frac{dx}{dt} = ax - bx^2, \quad a, b > 0$$

zu integrieren, wird die sogenannte *Partialbruchzerlegung* verwendet.

- Führe die Separation der Variablen aus und stelle die Integrale beider Seiten der Gleichung auf.



- Um die Stammfunktion von

$$\int \frac{dx}{ax - bx^2}$$

zu finden, zerlege den Integranden in eine Summe von zwei rationalen Funktionen, i.e. finde solche  $A$  und  $B$ , daß

$$\frac{1}{ax - bx^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{a - bx}.$$

Begründe, warum diese Zerlegung möglich ist.

- Mithilfe der Zerlegung bestimme die Stammfunktion vom obigen Integral und schließlich löse die Differentialgleichung des Wachstumsmodells.