HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN
INSTITUT FÜR THEORETISCHE BIOLOGIE

THEORETISCHE BIOLOGIE MODELLIERUNG

Prof. Hanspeter Herzel
Dr. Grigory Bordyugov
Sarah Lück

Vorlesung: Montag 08:30
Übung (vorläufig): Dienstag 18:00, ITB

2. Übung

Ausgabe: 04.11.13, Abgabe: 11.11.13, in der Vorlesung
Beschriften Sie bitte Ihre Abgabe mit Namen und Matrikelnummer

---

INHOMOGENE LINEARE DIFFERENTIALGLEICHUNG
In einem biochemischen System wird der zeitliche Verlauf der Konzentration x durch folgende Gleichung bestimmt:

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \beta - \alpha x.$$

Dabei gilt $\alpha > 0, \beta > 0$.

- Interpretiere die Parameter α und β. In welchen Maßeinheiten müssen sie angegeben werden?
- Bestimme den stationären Zustand von x. Ist dieser stabil?
- Löse die Differentialgleichung durch Variation der Konstanten. Diskutiere das Verhalten der Lösung $x(t)$ für $t \to \infty$.
- Folgende Messergebnisse von x liegen vor:

Zeitpunkt t	0	1	2	3	4	5
Konzentration x	3.0	2.4	2.1	2.05	2.02	2.01

  Schätze die Parameter α und β mithilfe dieser Werte.

INTEGRATION DURCH PARTIALBRUCHZERLEGUNG
Um das in der Vorlesung diskutierte Wachstumsmodell

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = ax - bx^2, \qquad a, b > 0$$

zu integrieren, wird die sogenannte *Partialbruchzerlegung* verwendet.

- Führe die Separation der Variablen aus und stelle die Integrale beider Seiten der Gleichung auf.

- Um die Stammfunktion von
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{ax - bx^2}$$
zu finden, zerlege den Integranden in eine Summe von zwei rationalen Funktionen, i.e. finde solche A und B, daß
$$\frac{1}{ax - bx^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{a - bx}.$$
Begründe, warum diese Zerlegung möglich ist.

- Mithilfe der Zerlegung bestimme die Stammfunktion vom obigen Integral und schliesslich löse die Differentialgleichung des Wachstumsmodells.