HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN
INSTITUT FÜR THEORETISCHE BIOLOGIE

THEORETISCHE BIOLOGIE MODELLIERUNG

Prof. Hanspeter Herzel
Dr. Grigory Bordyugov
Sarah Lück

Vorlesung: Montag 08:30
Übung: Dienstag 18:00, ITB

13. Übung

Ausgabe: 27.1.14, Abgabe: 03.2.14, in der Vorlesung
Beschriften Sie bitte Ihre Abgabe mit Namen und Matrikelnummer

---

DER STUART-LANDAU OSZILLATOR

Ein einfaches Modell zur Untersuchung von selbsterregten Schwingungen ist der Stuart-Landau Oszillator. In ihrer komplexwertigen Form lautet die Gleichung

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = z\left(\lambda + \mathrm{i}\omega - \alpha|z|^2\right), \qquad z \in \mathbb{C}.$$

Dabei sind λ, ω und α reelle Parameter.

- Führe den Ansatz $z(t) = r(t)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi(t)}$ ein und leite folgende Gleichungen für $r(t)$ und $\varphi(t)$ her:

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} = \lambda r - \alpha r^3,$$
$$\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = \omega.$$

- Intepretiere die Gleichung für $\varphi(t)$.
- Bestimme die Fixpunkte von $r(t)$ in Abhängigkeit von λ und α (beide Parameter dürfen dabei sowohl negative als auch positive Werte annehmen) und führe die lineare Stabilitätsanalyse aus.
- Skizziere die Bifurkationsdiagramme für r in Abhängigkeit von Parameter λ für negative und positive α. Beschreibe was passiert wenn λ sein Vorzeichen wechselt. Welche Rolle wird dabei von α gespielt?
- Seien nun $x(t)$ und $y(t)$ der Real- bzw. Imaginärteil von $z(t)$, d.h. $z(t) = x(t) + \mathrm{i}y(t)$. Leite die Differentialgleichungen für $x(t)$ und $y(t)$ her.
- Was passiert mit der Gleichung und ihren Lösungen im Spezialfall $\alpha = 0$?