



THEORETISCHE BIOLOGIE MODELLIERUNG

Prof. Hanspeter Herzel
Dr. Grigory Bordyugov
Sarah Lück

Vorlesung: Montag 08:15
Übung: Mittwoch 08:15

3. Übung

Ausgabe: 2.10.15, Abgabe: 9.11.15, in der Vorlesung
Beschriften Sie bitte Ihre Abgabe mit Namen und Matrikelnummer

FIXPUNKTE UND IHRE STABILITÄT

Betrachte folgende Differentialgleichung

$$\frac{d\psi}{dt} = a - b \sin \psi.$$

- Bestimme die Fixpunkte der Differentialgleichung und diskutiere, für welche Werte von Parametern a und b die Fixpunkte existieren. Hinweis: die sin-Funktion kann nicht beliebige Werte annehmen.
- Bestimme die Stabilität der Fixpunkte unter der Annahme $a, b > 0$.
- Was passiert mit den Fixpunkten und ihrer Stabilität bei $|a| = |b|$? Ist die lineare Stabilitätsanalyse in diesem Fall aussagekräftig?

DIE PITCHFORK-BIFURKATION

Die Dynamik von $x(t)$ wird durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$\frac{dx}{dt} = ax + bx^3.$$

- Leite den Ausdruck fuer die Fixpunkte der Differentialgleichung her. Wieviel Fixpunkte hat die Differentialgleichung in Abhängigkeit vom Vorzeichen der Parameter a und b ?
- Führe die lineare Stabilitätsanalyse der Fixpunkte durch und bestimme, welche von den Fixpunkten stabil bzw. instabil sind. Diskutiere alle vier Fälle (i) $a > 0, b > 0$, ii) $a > 0, b < 0$, usw.).
- Skizziere die Bifurkationsdiagramme (d.h. die Abhängigkeit der Fixpunkte vom Parameter a) für i) $b = 1$ und ii) $b = -1$. Diskutiere den Unterschied.

Bei Fragen bitte einfach Mail an Grigory.Bordyugov@hu-berlin.de.