



THEORETISCHE BIOLOGIE MODELLIERUNG

Prof. Hanspeter Herzel  
Dr. Grigory Bordyugov  
Sarah Lück

Vorlesung: Montag 08:15  
Übung: Mittwoch 08:15

**6. Übung**

Ausgabe: 23.10.15, Abgabe: 30.11.15, in der Vorlesung  
*Beschriften Sie bitte Ihre Abgabe mit Namen und Matrikelnummer*

---

1. METASTASEN

Zum Verständnis von Metastasenbildung ist es wichtig zu wissen, wie Tumorzellen aus dem Blutgefäßsystem in ein Organ gelangen. Um diesen Vorgang zu studieren, hat man Mäusen radioaktiv markierte Tumorzellen intravenös injiziert; die Zellen gelangen dann durch den Kreislauf in das Gefäßsystem der Lunge. Die Gesamtmenge der markierten Tumorzellen in der Lunge kann dann über die Gesamtradioaktivität der Tumorzellen in der Lunge gemessen werden.

Um die Messungen zu interpretieren, kann folgendes vereinfachtes Modell für die Dynamik der Tumorzellen angenommen werden. Zu Beginn befinden sich alle Tumorzellen in Blutgefäßen. Dort sterben sie entweder (mit der Rate  $\beta_1$ ) oder werden in die Lunge weitergeleitet (mit der Rate  $\beta_2$ ). In der Lunge sterben die Zellen dann mit der Rate  $\beta_3$ .

- (a) Begründe folgendes System der Differentialgleichungen

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= -(\beta_1 + \beta_2)x_1, \\ \frac{dx_2}{dt} &= \beta_2x_1 - \beta_3x_2\end{aligned}$$

als das Modell für die Dynamik von  $x_1$  (Konzentration der Tumorzellen in Blut) und  $x_2$  (Konzentration der Tumorzellen in der Lunge).

- (b) Löse die Differentialgleichung für  $x_1(t)$ .
- (c) Bestimme  $x_2(t)$  aus der zweiten Gleichung mithilfe der Variation der Konstanten.
- (d) Bestimme die spezielle Lösung des Gleichungssystem fuer die folgende Anfangsbedingung:  $x_1(t=0) = 1, x_2(t=0) = 0$ .
- (e) Skizziere diese Lösung für  $\beta_1 = 0.5, \beta_2 = 0.2, \beta_3 = 0.2$ . Schätze die charakterischen Zeitskalen (Halbwertzeiten) der Tumorzellen im Blut und in der Lunge ab.