

THEORETISCHE BIOLOGIE MODELLIERUNG

Prof. Hanspeter Herzel
Dr. Grigory Bordyugov
Sarah Lück

Vorlesung: Montag 8:30
Übung: Mittwoch 8:15

12. Übung

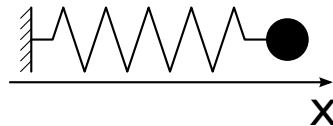
Ausgabe: 18.1.16, Abgabe: 25.1.16, in der Vorlesung
Beschriften Sie bitte Ihre Abgabe mit Namen und Matrikelnummer

SCHWINGUNGEN

- Ein Massepunkt (Masse m) sei an einer Feder (Federkonstante k) befestigt. Der Massepunkt könne sich nur horizontal entlang der x -Richtung bewegen, und der Koordinatenursprung $x = 0$ entspreche der Ruhelage des Massepunktes. Dazu sei γ der Koeffizient der Reibung zwischen dem Massepunkt und dem Boden. Aus dem Newtonschen Gesetz ergibt sich folgende Bewegungsgleichung für den Massepunkt:

$$mx'' + \gamma x' + kx = 0, \quad ' = \frac{d}{dt}. \quad (1)$$

Die Koordinate $x = x(t)$ bezeichnet die momentane Auslenkung des Massepunktes aus der Ruhelage.



- Löse die Bewegungsgleichung mit dem Ansatz $x(t) = x_0 e^{\lambda t}$ und bestimme den Charakter von den Exponenten λ (reell, imaginär oder komplex-konjugiert) in Abhängigkeit von den Parametern m, γ und k . Skizziere drei qualitativ unterschiedliche zeitliche Verläufe von $x(t)$.
 - Führe eine neue Variable $v(t) = x'(t)$ (die momentane Geschwindigkeit des Massepunktes) ein und forme die obige Bewegungsgleichung (1) in ein Differentialgleichungssystem 1. Ordnung für den Vektor $\begin{pmatrix} x'(t) \\ v(t) \end{pmatrix}$ um. Stelle das Differentialgleichungssystem in der Matrixform auf. Bestimme die Eigenwerte der resultierenden Matrix und vergleiche diese mit dem Ergebnis für λ aus (a).
- Wo gibt es Schwingungen in der Biologie? Informiere dich über die Begriffe *ultradian*, *circadian* und *infradian* und nenne für jeden Begriff 1-2 Beispiele. Nenne zu jedem Beispiel Periodendauer, Frequenz und Kreisfrequenz.



3. Welchen Vorgang beschreibt folgende Differentialgleichung, wenn x die Häufigkeit einer mRNA in einer Zelle beschreibt:

$$\frac{dx}{dt} = M + A \cos(\omega t) - ax, \quad (2)$$

- (a) Die rechte Seite der Differentialgleichung kann bestimmt durch das Vorzeichen in zwei Terme unterteilt werden, welche sind das und was beschreiben sie?
- (b) Welche Einheit hat jeder Parameter (M , A , ω und a) und wofür steht er bzw. was beschreibt er?
- (c) Welcher Parameter bestimmt die Halbwertszeit. Wie berechnet sich diese?

Fragen bitte an sarah.lueck@hu-berlin.de.