



THEORETISCHE BIOLOGIE MODELLIERUNG

Prof. Hanspeter Herzel  
Dr. Grigory Bordyugov  
Sarah Lück

Vorlesung: Montag 08:30  
Übung: Dienstag 08:15, ITB

**13. Übung**

Ausgabe: 25.1.16, Abgabe: 1.2.16, in der Vorlesung  
*Beschriften Sie bitte Ihre Abgabe mit Namen und Matrikelnummer*

---

PERIODISCHE GENEXPRESSION

Die Variable  $x(t)$  beschreibt die zeitabhängige Menge der mRNA eines Genes. Dabei wird das Gen periodisch transkribiert. Die resultierende Differentialgleichung für  $x(t)$  lautet:

$$\frac{dx}{dt} = M + A \cos(\omega t) - ax, \quad (1)$$

wobei  $a$  die Zerfallskonstante von  $x$  ist, und der Inhomogenitätsterm  $M + A \cos(\omega t)$  die zeitperiodische Transkription mit der Magnitude  $M$ , Amplitude  $A$  und Frequenz  $\omega$  darstellt.

- Skizziere den zeitlichen Verlauf des Inhomogenitätstermes. Warum muss  $M \geq A$  verlangt werden?
- Der Quotient von Amplitude und Magnitude wird *relative Amplitude*  $A_{rel}$  genannt. Welche Werte kann die relative Amplitude einnehmen? Was bedeuten die Grenzen des Wertebereichs von  $A_{rel}$  für die Oszillation?
- Mit welcher Periode  $T$  (in Abhängigkeit von  $\omega$ ) oszilliert diese? Wenn der Experimentator  $T = 24$  Stunden im Experiment sieht, wie soll der Theoretiker den Wert für  $\omega$  wählen?

- (*Bonusaufgabe*) Zeige mithilfe der Variation der Konstanten, dass die Lösung von Gl. (1) für  $t \rightarrow \infty$  durch

$$x(t) = \frac{M}{a} + \frac{A}{a^2 + \omega^2} (a \cos(\omega t) + \omega \sin(\omega t)) \quad (2)$$

gegeben ist. Hinweis: Um das Integral mit dem Produkt aus der e-Funktion und cos-Funktion zu lösen, verwende zweimal partielle Integration.

- Im Folgenden wird die Lösung (2) für zwei Extremfälle untersucht.
  - (a) Wie lässt sich die Lösung (2) vereinfachen, wenn der Parameter  $a$  viel größer bzw. viel kleiner als die Frequenz  $\omega$  ist? Was bedeuten diese beiden Fälle für das System, was heißt das für die mRNA?



- (b) Welchen Phasenunterschied zwischen der Schwingung der mRNA Menge  $x(t)$  und dem Produktionsterm  $M + A \cos(\omega t)$  ist in beiden Fällen zu erwarten?
- (c) Wie verhält sich in beiden Fällen die relative Amplitude? Was passiert mit der Magnitude?
- (d) Skizziere qualitativ die Lösung in beiden Fällen (mit kleinem und großem  $a$ ) zusammen mit dem Verlauf vom Produktionsterm.